

6. Énoncé des exercices

Méthode Quand un exercice est donné à faire à la maison, toutes les questions de cet exercice doivent être traitées sur le cahier d'exercices (pas au brouillon).
Dans le cas contraire, l'exercice sera considéré comme "non fait".
Toute trace de recherche, toute réponse, même fausse, est acceptée (à part la réponse "je n'ai pas compris" suivie d'aucune trace de recherche).
Je ne vous demande pas de réussir, je vous demande d'essayer ; et vous avez le droit de vous tromper.

Exercice 1.1 Compléter par l'un des symboles \in , \notin , \subset ou $\not\subset$

$-4, \dots, \mathbb{N}$	$0, \dots, \mathbb{N}$	$\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; \dots\}, \dots, \mathbb{Z}$
$\mathbb{N}, \dots, \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$	$3, \dots, \mathbb{Z}$	$\mathbb{N}, \dots, 0$

Exercice 1.2 Compléter chaque phrase en utilisant l'une des expressions suivantes : "un multiple de", "un diviseur de", "divisible par" :

- $144 = 24 \times 6$, donc 24 est 144.
- $\frac{84}{7} = 12$, donc 84 est 7 et 12.
- $295 = 59 \times 5$ donc 295 est 59 et 5.
- Tous les nombres entiers sont 1, on peut dire aussi qu'ils sont 1.

Exercice 1.3 Soit $a \in \mathbb{Z}$. Démontrer que :

- La différence de deux multiples quelconques de a est un multiple de a .
- Le produit de deux multiples quelconques de a est un multiple de a .
- Que pensez-vous du quotient de deux multiples de a ?

Exercice 1.4 Dans chaque cas, donner la liste de tous les diviseurs de chacun des deux nombres, puis la liste de leurs diviseurs communs ; en déduire le plus grand diviseur commun aux deux nombres.

- 15 et 35
- 90 et 135

Pour préparer le DS : 1.A ; 1.B.

Exercice 1.5 Décomposer en facteurs premiers les nombres suivants : 35 ; 90 ; 135

Reprendre l'exercice ci-dessus et donner directement le plus grand diviseur commun de chaque couple de nombres.

Exercice 1.6 Lors d'un tournoi de pétanque, il y a 80 hommes et 60 femmes inscrits. L'organisation veut constituer un maximum d'équipes mixtes contenant toutes le même nombre d'hommes et le même nombre de femmes.

Combien d'équipes seront constituées ?

Pour préparer le DS : 1.C ; 1.D ; 1.E.

Exercice 1.7 On travaille dans \mathbb{N} .

- Démontrer que si un nombre est pair, alors son carré est pair.
- Démontrer que si un nombre est impair, alors son carré est impair.
- La réciproque est : Si le carré d'un nombre est pair, alors ce nombre est pair.
Nous allons le démontrer **par l'absurde** : on va supposer le contraire de ce que l'on veut démontrer.
Puis on va essayer d'aboutir à une contradiction, c'est-à-dire à quelque chose d'absurde.
Soit $a \in \mathbb{N}$. Supposons que a^2 soit pair, et a impair. Essayez d'aboutir à une contradiction.
- Pour finir, démontrez que si le carré d'un nombre est impair, alors le nombre est impair.

Exercice 1.8 On cherche les entiers a tels que $a^2 - 1$ soit divisible par 3.

- Émettre une conjecture.
- Démontrer cette conjecture en distinguant selon la parité de a .

Lorsque l'on distingue ainsi tous les cas possibles (ici a pair ou a impair), on dit que l'on raisonne par **disjonction des cas**.

Pour préparer le DS : 1.F ; 1.G ; 1.H.

Exercice 1.9 L'objectif de cet exercice est de déterminer l'ensemble des entiers naturels n vérifiant l'équation

$$(E) : n(n+5) = 36$$

1. Donner l'ensemble des diviseurs positifs de 36.
2. En déduire les solutions de (E) .

Exercice 1.10 On considère un triangle rectangle dont les côtés ont des longueurs entières en cm. On note a et b les longueurs des côtés de l'angle droit, et c celle de l'hypoténuse. Dans quels cas l'hypoténuse c est-elle impaire ?

Pour préparer le DS : 1.I ; 1.J.

Il y a au total **10** exercices de préparation dans ce chapitre, qui devront tous figurer dans le **cahier de préparation**. Ce travail sera vérifié le jour du DS (Devoir surveillé).